

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

**Proyecto de Aula para la Enseñanza de
Ecuaciones de Segundo Grado con una incógnita
utilizando el Álgebra Geométrica a través del
Aprendizaje Basado en Problemas**

Jesús Hosmander Hidalgo Rengifo

Universidad Nacional de Colombia

Facultad De Ciencias

Medellín, Colombia

2017

Proyecto de Aula para la Enseñanza de Ecuaciones de Segundo Grado con una incógnita utilizando el Álgebra Geométrica a través del Aprendizaje Basado en Problemas

Jesús Hosmander Hidalgo Rengifo

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director (a):

Mg. María Encarnación Ramírez Escobar

Universidad Nacional de Colombia

Facultad De Ciencias

Medellín, Colombia

2017

(Dedicatoria o lema)

*Aunque el camino solo es uno y las veces
que lo recorres son bastantes, solo quedan
en tú memoria los pasos de gigante que diste,
para alcanzar tus sueños.*

Jesús Hidalgo Rengifo

Agradecimientos

Agradezco en primer lugar a Dios por el don de la vida y por permitirme cualificarme en el bello arte de enseñar; Agradezco a mis padres, Lidia Leonor Rengifo y a mi amado padre Justo Peregrino Hidalgo (*qepa*), por darme el apoyo y la fortaleza necesaria para cumplir mis metas.

Agradezco a la Institución Educativa Santo Tomas de Aquino del municipio de Titiribí (Antioquia) por permitirme realizar el trabajo de grado de Maestría y junto a la institución extender mis agradecimientos a los estudiantes del Grado Octavo Uno, quienes participaron de manera fundamental en el éxito del trabajo de grado.

Agradezco también a los docentes de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas Naturales quienes semestre a semestre me inspiraban y motivaban a la elaboración del proyecto de grado; Un abrazo especial para mi docente Asesora María Encarnación Ramírez Escobar por su compromiso, respaldo y motivación en pro de llevar a buen termino el trabajo de grado.

Resumen

El proyecto es una alternativa de enseñanza para las ecuaciones de segundo grado con una incógnita donde su componente más sobresaliente es lo relativo al álgebra geométrica, el trabajo de construcción con áreas se utilizó para dar solución a algunos tipos de ecuaciones, además, la aplicación de estas soluciones están relacionadas con el aprendizaje basado en problemas, donde el estudiante no solo desarrollo sus competencias matemáticas sino también la interacción con el grupo, al abordar situaciones de aprendizaje nuevas; así, el álgebra geométrica es en sí misma un reto para los estudiantes ya que lograron aplicar el trabajo con áreas en la solución de ecuaciones. No obstante, el proyecto dio respuesta satisfactoria a las necesidades específicas de los estudiantes para fortalecer el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, y que de forma alterna fortalecieron las demás competencias matemáticas en un gran porcentaje, como se lo evidencia en los resultados obtenidos y soportados al realizar la intervención (capítulo 3).

Palabras clave: Algebra geométrica, ecuaciones, proposiciones, enseñanza, área, ABP (Aprendizaje Basado en Problemas).

Abstract

The project is a teaching alternative for the second degree equations with an unknown element where the most outstanding component is the geometric algebra, the construction work with areas was used to solve some types of equations, besides, the application of these solutions are related to problem-based learning, where the student not only develops their mathematical competences but also the interaction with a group when dealing with new learning situations; Thus, geometric algebra is in itself a challenge for students who managed to apply the work with areas in the solution of equations. However, the project responded satisfactorily to the specific needs of the students to strengthen the variational thinking and algebraic and analytical systems, and that alternately strengthened the other mathematical skills in a large percentage, as evidenced by the results obtained and supported by the intervention (chapter 3).

Keywords: Geometric algebra, equations, propositions, teaching, area, ABP (Problem Based Learning).

Contenido

	Pág.
Resumen	IX
Lista de figuras.....	XIII
Lista de tablas	XIV
Introducción	1
Contenido	
1. Capítulo 1. Diseño Teórico	3
1.1 Planteamiento del problema	3
1.1.1 Descripción del problema	3
1.1.2 Formulación de la pregunta	4
1.2 Justificación.....	4
1.3 Objetivos	5
1.3.1 Objetivo General.....	5
1.3.2 Objetivo Específicos	6
1.4 Marco Referencial	6
1.4.1 Referente Antecedentes	6
1.4.2 Marco Teórico.....	9
1.4.3 Referente Conceptual Disciplinar	11
1.4.4 Referente Legal	15
1.4.5 Referente Espacial	16
2. Capítulo 2. Diseño Metodológico	17
2.1 Enfoque.....	17

2.2	Método.....	18
2.3	Instrumento de recolección de la información y análisis de la información	19
2.4	Población y muestra	20
2.5	Impacto.....	20
2.6	Cronograma.....	21
3.	Capítulo 3. Sistematización de la Intervención.....	23
3.1	Diseño del Proyecto de Aula	23
3.2	Estructuración del Proyecto de Aula	23
3.3	Momento contextual.....	24
3.3.1	Sistematización y análisis de la información.....	24
3.3.2	Instrumentos desarrollados para realizar el trabajo	26
3.3.3	Descripción del Inst. de Pruebas de Percepción y obs. de la Percepción	26
3.3.4	Descripción del Inst. de tipo test y observador de la Entrevista tipo test.....	28
3.4	Momento metodológico.....	30
3.4.1	Sistematización y análisis de la información.....	30
3.4.2	Instrumentos desarrollados para realizar el trabajo	31
3.4.3	Descripción de las guías de trabajo y el Instrumento de observación del proyecto.....	31
3.5	Momento evaluativo	35
3.5.1	Sistematización y análisis de la información.....	35
3.5.2	Instrumentos desarrollados para hacer el trabajo	35
3.5.3	Descripción del Test de aptitud y rendimiento con su Observador de la prueba.....	35
4.	Conclusiones y recomendaciones	39
4.1	Conclusiones	39
4.2	Recomendaciones	40
A.	Anexo A: Proyecto de Aula y Caracterización del libro II	42
B.	Anexo B: Observadores	42
	Bibliografía	43

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1-1: Grafica de barras prueba de percepción.....	28
Figura 1-2: Gráfica de barras Prueba de entrevista tipo test.....	30
Figura 2-1: Sesiones momento metodológico.....	33
Figura 3-1: Resultados momento evaluativo.....	37

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1-1: Normograma.....	15
Tabla 2-1: Planificación de Actividades	21
Tabla 3-1: Cronograma de actividades	22
Tabla 4-1: Momentos del proyecto de aula	24
Tabla 5-1: Resultados prueba de percepción	27
Tabla 6-1: Resultados entrevista tipo test	29
Tabla 7-1: Resultados prueba de aptitud y rendimiento	36

Introducción

El siguiente trabajo de grado surge por la evidente problemática que poseen los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santo Tomas de Aquino del Municipio de Titiribí (Antioquia) en la solución de ecuaciones y su aplicación en situaciones de contexto, además de que las pruebas institucionales y nacionales visibilizan un alto porcentaje de insuficiencias en la competencia del Pensamiento Variacional, no obstante se observa que existen serias dificultades en la comprensión, resolución y aplicación de las ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Además, se evidencian varios problemas en la trasposición de los conceptos de la aritmética al álgebra; convirtiéndose en un obstáculo para el proceso de aprendizaje.

El proyecto se fundamenta en un proceso inicial de diagnóstico de aquellas dificultades de aprendizaje para la comprensión y uso de las ecuaciones en la resolución de problemas, evidenciadas en los estudiantes, por esta razón se plantea diseñar un proyecto de aula que propicie una alternativa de enseñanza y genere en los estudiantes un ambiente propicio para abordar estos tópicos matemáticos de forma significativa.

El proyecto de aula consiste en el diseño de actividades que permitan al estudiante adquirir competencias para reconocer, formular y abordar problemas o situaciones que requieran las ecuaciones de segundo grado con una incógnita desde el Aprendizaje Basado en Problemas; de igual manera el proyecto de aula tipifica algunas ecuaciones que se extraen del libro II de los Elementos de Euclides con su ambigüedad semántica y su riqueza de significados para utilizarlos en la solución de las ecuaciones de segundo grado con una incógnita resaltando su valor didáctico.

De la misma manera, se involucran en el proyecto de aula algunas estrategias básicas como: uso de tablas, diagramas, detección de datos conocidos y aquellos que se deben buscar, traducción de frases del lenguaje ordinario al lenguaje simbólico, y la comprobación de posibles soluciones que satisfagan los problemas.

En el Capítulo 1 se presenta el diseño teórico que fundamenta el trabajo de grado desde bases teóricas inherentes ecuaciones, ABP, entre otros. Se encuentran además los aspectos disciplinares que exponen las definiciones de los conceptos más relevantes que sustentan la propuesta como parte fundamental en la construcción de las actividades del proyecto de aula. Además, se enfatiza en los lineamientos curriculares como directrices generales del área y fundamento de los estándares del M.E.N (Ministerio de Educación Nacional); asimismo, como punto de partida en el marco de trabajo curricular y base para el diseño de las actividades de la propuesta.

Para el Capítulo 2 se presenta el Diseño Metodológico del proyecto donde se muestra el enfoque utilizado en el proyecto, los instrumentos a utilizar, la población donde se realizará la intervención y el impacto que se desea obtener al culminar el proyecto de aula.

En el Capítulo 3 se realiza la sistematización de la información donde se aborda de manera concreta los elementos que posibilitaron la estructura del proyecto de aula, con sus elementos de construcción en sus diferentes momentos; así en el momento contextual se presentan las pruebas de percepción y la entrevista tipo test, para el momento metodológico del proyecto de aula esta la intervención con las guías de trabajo y la creación de los instrumentos observadores del proyecto, de igual forma el momento evaluativo se evidencia a través de un test de aptitud y rendimiento a los estudiantes para realizar los respectivos análisis, conclusiones y recomendaciones.

1.Capítulo 1. Diseño Teórico

1.1 Planteamiento del problema

1.1.1 Descripción del problema

Los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santo Tomas de Aquino, del municipio de Titiribí (Antioquia), presentan dificultades observables en la resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, ya que no logran transferir de forma asertiva los problemas planteados a representaciones simbólicas coherentes; también se evidencia que los procesos que aplican para dar solución a estas ecuaciones están muy ligadas a procesos repetitivos y mecánicos; además el lenguaje simbólico les es muy complejo y no les permite contextualizar de forma adecuada las soluciones de este tipo de ecuaciones.

No obstante, los estudiantes poseen dificultades con el reconocimiento de procedimientos y caracterización de los problemas en sus diferentes contextos; la transferencia verbal, gráfica o algebraica es muy escasa; por lo tanto el pensamiento variacional no está siendo cultivado de forma significativa y los procesos de enseñanza para vincularlos de forma adecuada a la solución, no se evidencian en el momento de enfrentarse a los problemas, donde el pensamiento variacional es muy importante ya que permite relacionarlos con otros pensamientos matemáticos, como el numérico, el métrico y geométrico.

No obstante, al realizar el análisis de las pruebas externas para grado noveno, durante los años 2015, 2016 y 2017, se puede observar una tendencia de la Institución a estar en los niveles inferiores en el Área de Matemáticas, situación que pone de manifiesto la falta

de estrategias de enseñanza por parte de los docentes de matemáticas, estrategias estas que le permitan al estudiante vincular sus conocimientos a procesos más enriquecedores y atractivos para su aprendizaje, con métodos de solución contextualizados a problemas reales o vinculados a las diferentes disciplinas.

1.1.2 Formulación de la pregunta

¿De qué manera el Aprendizaje basado en problemas fortalece el pensamiento variacional de los estudiantes al solucionar ecuaciones de segundo grado con el álgebra geométrica?

1.2 Justificación

La propuesta se concibe por la necesidad de mejorar significativamente las competencias matemáticas de la Institución Educativa Santo Tomas de Aquino (Titiribí-Antioquia), presentando un proyecto de aula que enriquezca la práctica docente, al abordar la resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita; utilizando el Álgebra geométrica como herramienta movilizadora y desarrollarla a través del Aprendizaje Basado en Problemas.

El proyecto centra su interés en utilizar procesos del álgebra geométrica para resolver ecuaciones, estos métodos de solución son perseverantes desde una mirada histórica; ya que se aprovecharon como base en la antigüedad para resolver problemas, sin embargo, estos problemas ocultaban en sus procesos de solución ecuaciones de segundo grado con una incógnita, de esta manera el álgebra geométrica que está contenida en el libro II de los Elementos de Euclides, serán nuestro camino que trazara el desarrollo de este proyecto, por consiguiente, el proyecto de aula pretende que estos procesos puedan ser utilizados también hoy para la resolución de ecuaciones, a partir del Aprendizaje Basado en Problemas.

La propuesta, está estrechamente ligado a la enseñanza y pretende generar una estrategia alterna que pueda transversalizar y enriquecer la práctica docente en la solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, desde un conocimiento matemático Procedimental, implementando como método el Aprendizaje Basado en problemas, ya que es uno de los componentes de las matemáticas que enriquece el pensamiento variacional, además permite el reconocimiento y transferencia de procesos de cambio y logra identificar caminos diferentes para la solución de problemas.

De igual manera este trabajo pretende, que el estudiante resuelva ecuaciones de segundo grado con una incógnita, utilizando como herramienta las proposiciones del libro II de los Elementos de Euclides, donde se establece una metodología para la solución de ecuaciones apoyadas en transformaciones de área.

Además, permitirá que el estudiante promueva de manera significativa sus aprendizajes y que reconozca las matemáticas como parte de la cultura humana, que aplique sus métodos de solución a problemas contextualizados y que a su vez el estudiante sea capaz de abordar soluciones a problemas o situaciones reales, logrando de esta manera un Proyecto de Aula que contribuya en el desarrollo de competencias matemáticas en muchas direcciones, ya que posibilitara de forma simultánea el fortalecimiento del Pensamiento Variacional, Geométrico, Numérico, como lo establecen las competencias inscritas en el Ministerio de Educación Nacional para el área de matemáticas.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Diseñar un proyecto de aula para la enseñanza de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, utilizando el álgebra geométrica mediante el Aprendizaje Basado en Problemas, que permita el fortalecimiento del Pensamiento Variacional, en los estudiantes de grado Octavo de la Institución Educativa Santo Tomas de Aquino (Titiribí-Antioquia).

1.3.2 Objetivo Específicos

- Verificar en los estudiantes, elementos previos inherentes al álgebra geométrica, como área, perímetro y procesos aritméticos de solución de ecuaciones, mediante una prueba de percepción.
- Identificar las dificultades que se presentan al resolver Ecuaciones de Segundo Grado con una incógnita, mediante la observación participante y la entrevista, vinculando un análisis apropiado para determinar el alcance, necesidades y bases teóricas de la propuesta.
- Diseñar el proyecto de aula, para la enseñanza de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, utilizando el álgebra geométrica como camino de resolución desde el ABP.
- Realizar la intervención en la institución del proyecto de aula, mediante una guía de Observación de proyecto.
- Evaluar los procesos realizados mediante test de aptitud y rendimiento en los estudiantes, que nos permita generar las recomendaciones y conclusiones que se evidencien a partir de la información obtenida.

1.4 Marco Referencial

1.4.1 Referente Antecedentes

A partir de la literatura realizada se presentan y describen algunos apartes de trabajos que muestran experiencias en el aula que nos permiten contextualizar y ubicar el problema de investigación en el aula.

Uno de los trabajos que contribuyeron a nuestro escenario de estudio se titula “Propuesta didáctica de enseñanza en el aula, ecuaciones lineales-cuadráticas y modelos” de Guayacundo (2014). En su resumen y apartes del trabajo se presenta la enseñanza de ecuaciones a partir del proceso de modelación, además de cómo el álgebra y en ellas las ecuaciones requieren una transición o transposición adecuada desde lo informal a lo

formal, donde se presentan dificultades significativas para profundizar conceptos como ecuación cuadrática y lineal. Por lo anterior la lectura y revisión de este trabajo permite observar la preocupación por la enseñanza de conceptos como ecuación, variable, además del como interpretan los estudiantes las ecuaciones en diferentes contextos desde un lenguaje matemático que los lleve a una representación simbólica adecuada posibilitando una transposición adecuada del lenguaje.

Por su parte, Saenz (2014) en su trabajo “Diseño de una unidad didáctica basada en métodos informales para la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita” nos presenta los métodos de resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita desde una perspectiva o mirada histórica, haciendo énfasis en las diferentes maneras de representación, que se aplican en las diferentes culturas. De esta manera se evidencia el atractivo que existe por parte del estudiante al hacer uso de recursos históricos para mejorar su comprensión significativamente, de igual manera la utilización del álgebra geométrica para resolver ecuaciones y lograr superar las dificultades epistemológicas del aprendizaje de estos temas.

A su vez, Figueroa (2013) en su trabajo “Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas”, propone una secuencia didáctica a partir de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau donde los estudiantes al resolver un problema que tenga implícito ecuaciones con dos variables en su solución, pase durante su proceso de solución por situaciones de acción, formulación y validación como proceso metodológico.

La revisión de este trabajo es importante ya que visibiliza la labor docente desde una dimensión didáctica para enseñar, inspirando y provocando en el estudiante una dinámica participación en su formación y el intereses para el estudio de las matemáticas, ya que al trabajar desde Situaciones Didácticas se permite establecer un ambiente propicio desde los contenidos y los intereses de los estudiantes, de esta manera

podemos relacionarlo con nuestro trabajo ya que se entablara un marco teórico desde el ABP que pueda generar diferentes escenarios de vinculación del estudiante, para motivación e interés en la comprensión del conocimiento.

En este sentido el trabajo titulado “Nivel de desarrollo de las competencias matemáticas a partir del modelo de Aprendizaje Basado en Problemas en estudiantes noveno grado” de Betancourth B. (2012). Plantea la intervención desde el modelo ABP en el desarrollo de las competencias matemáticas y observar si favorece o impacta en los estudiantes de grado noveno. Podemos mencionar que los mecanismos que facilitan desde el ABP son múltiples desde nuestro panorama ya que las matemáticas siempre han atendido a plantear y resolver problemas, sin embargo, enfrentar los cinco procesos matemáticos al modelo del Aprendizaje Basado en Problemas es complejo. Desde nuestra perspectiva el Proyecto de aula plantea fortalecer el Pensamiento Variacional desde el Aprendizaje Basado en Problemas desde lo procedimental, permitiendo abrir escenarios que vinculen las estrategias de enseñanza del docente, para hacer efectiva la comprensión del estudiante, desarrollando significativamente el conocimiento de las ecuaciones.

Además, Ballen (2012) en su trabajo realizado “El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado” hace referencia que el álgebra geométrica es una herramienta que logra fortalecer el paso del lenguaje cotidiano al lenguaje simbólico en los estudiantes, desde el punto de vista de la factorización y potencia el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos. Al revisar este trabajo deducimos que es una fundamentación de nuestro trabajo, ya que al resolver polinomios de segundo grado con ciertas restricciones podemos también transpolar esa metodología a la resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita desde el trabajo con áreas como lo propone el II libro de Euclides en sus 14 proposiciones para solución de ecuaciones; no obstante, el tratamiento se abordara desde el Aprendizaje Basado en problemas.

Por su parte, el trabajo titulado “Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado de CIIE a través de la resolución de problemas” de Cardenas (2007). En

este trabajo plantea la dificultad de los estudiantes al resolver problemas a través del álgebra, además de las representaciones algebraicas incorrectas que utilizan al resolver, es decir que los estudiantes no tienen un pensamiento algebraico adecuado. A partir de lo anterior podemos observar que, si en el estudiante no se desarrolla un pensamiento algebraico adecuado, esto repercutirá en convertirse en un obstáculo para aprender el álgebra. De esta manera al resolver ecuaciones mediante un modelo como el ABP donde se pueda apreciar una adquisición del conocimiento más duradera, sensible y que es progresiva hacia nuevos conocimientos cada vez más complejos.

Por último, Zambrano (2011) en su trabajo “Planteamiento y solución de problemas de ecuaciones usando estrategias y métodos propuestos en el desarrollo histórico de la teoría de ecuaciones” plantea que la enseñanza de ecuaciones en los grados octavo y noveno, es un problema ya que la comprensión es insuficiente y por esto se describe de forma histórica el desarrollo y solución de ecuaciones de primer y segundo grado. Al revisar el trabajo las situaciones propuestas están conectadas con el desarrollo histórico, mostrando la importancia de aquellos métodos útiles para llevar al estudiante a desenvolver un pensamiento activo, relacionando los elementos de su entorno y manipular procesos mentales para la resolución de ecuaciones promoviendo el pensamiento variacional, relacionándolo con los demás procesos matemáticos.

1.4.2 Marco Teórico

El trabajo inicia realizando un acercamiento al Aprendizaje Basado en Problemas, ya que es una metodología que propicia el aprendizaje que ejecutan los estudiantes para llegar a la resolución de un problema trazado, es decir el ABP se plantea como medio para que los estudiantes movilicen sus saberes y los apliquen en determinadas situaciones reales o ficticias; además el Aprendizaje Basado en Problemas propicia la enseñanza otorgando al docente una participación generadora de conocimiento, donde con su creatividad pueda tener una visión clara de los aprendizajes que el estudiante debe adquirir, de esta manera el ABP es considerado para nuestro proyecto como una estrategia motivadora que fortalece competencias matemáticas, además de enriquecer las habilidades comunicativas, pensamiento crítico, auto-aprendizaje, trabajo en equipo, entre otras.

Para Barrows (1986) el ABP se destaca en su método de proponer o diseñar problemas como punto de inicio, otorgándole al estudiante su desarrollo para que promueva y adquiera nuevos saberes. Dejando en claro que los estudiantes son los protagonistas activos en su proceso de formación y por ende el estudiante es quien participa de forma dinámica en la adquisición del conocimiento motivado por descubrir la solución y en ese descubrir lograr aprendizajes significativos.

De igual manera Prieto (2006) concibe el aprendizaje basado en problemas como una estrategia eficaz y flexible que, a partir de lo que hacen los estudiantes, puede mejorar la calidad de su aprendizaje superior en aspectos muy diversos. Desde este punto de vista se asume que el estudiante mediante el Aprendizaje Basado en Problemas desarrolla competencias en muchas direcciones ya que permite vincular al estudiante en escenarios de participación conjunta para desarrollar y solucionar problemas, construyendo competencias estables durante su formación para conocimientos más complejos.

En este sentido, Sánchez (2013) en el artículo, Qué dicen los estudios sobre el aprendizaje basado en proyectos, refiriéndose a los roles del docente y el estudiante; donde nos presenta la participación activa del estudiante como protagonista en el desenvolvimiento y desarrollo de la solución a un problema planteado o creado, involucrándose de forma dinámica en su rol, asumiendo de manera autónoma destrezas para la adquisición de aprendizajes y la capacidad de expresarse de forma adecuada, además del rol docente como generador y guía, en el camino a preparar para la adquisición del conocimiento, asumiendo una participación creativa, innovadora e interesante frente a la construcción del saber.

Por su parte, Caiseda & Dávila (2006) consideran que el método ABP, es una metodología eficaz y flexible, permite que el estudiante aprenda un contenido determinado, siempre y cuando asuma su responsabilidad en el proceso de resolución de un problema. Es decir que el estudiante asume la necesidad de buscar estrategias para lograr la solución, además de participar de un aprendizaje cooperativo donde el docente es un facilitador. A su vez, Gutiérrez, De la Puente, Martínez y Piña (2012) indican que el

aspecto central del método ABP es a partir de un reto que motive al estudiante a generar posibilidades de solución, es decir que el panorama para el estudiantes es no habitual es decir desconocido, generando incertidumbre en los aspectos a desarrollar durante su solución, donde debe mostrar sus destrezas para solucionar problemas, esto implica que el estudiante debe recrear sus habilidades y sacar el mejor provecho de los recursos que se encuentran en su entorno y a partir de esta situación desarrollar nuevos conocimientos.

De acuerdo a las investigaciones anteriores, se considera que el método ABP es un recurso que puede favorecer y facilitar la comprensión y enseñanza de ecuaciones de segundo grado, porque impulsa el trabajo colaborativo, el análisis crítico, la discusión, la activación de pre-saberes, estimula y motiva para búsqueda de mecanismos en la solución de problemas que afectan al entorno.

El Aprendizaje basado en problemas (ABP) facilita el aprendizaje, además, el docente construye problemas inspiradores donde el estudiantes se sienta identificado y pueda potenciar la capacidad de estos; por su parte, cuando el estudiante logra identificar los vacíos propios y de equipo en la resolución de un problema, genera estrategias nuevas, creativas, innovadoras, así; el ABP se puede interpretar como un camino necesario, que no influye en el conocimiento sino en la motivación por la adquisición de este; además favorece la comprensión y el respeto por las ideas diferentes y contrarias.

1.4.3 Referente Conceptual Disciplinar

El álgebra durante el proceso de enseñanza-aprendizaje encuentra muchas dificultades, obstáculos que no permiten la buena aprensión de conceptos como variable, ecuación e igualdad, además este paso de la aritmética al álgebra es muy confusa para los estudiantes, así, cuando este deba acercarse y enfrentarse al concepto de ecuación y más aún cuando se establecen los problemas se evidencia que los procesos de solución son errados, dando consigo la apatía hacia el álgebra, esta es una consecuencia que pone de manifiesto la dificultad de comprender la resolución de ecuaciones. Por lo

anterior, estableceremos varios conceptos que hacen parte de las ecuaciones, ya que este abarca un amplio campo de estudio en la enseñanza del álgebra escolar además brindaremos referentes de la utilidad del álgebra geométrica para la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Desde nuestro proyecto podemos mencionar y hacer alusión a un concepto importante por la relevancia que tiene en las ecuaciones y es el significado del signo igual “=”. El trato que se le da al signo “=” se establece desde una equivalencia operativa que se establece durante el desarrollo del contenido curricular; además, esta noción se desarrolla durante cada nivel; según Fujji (2005) el signo igual no es intuitivo ni adquirido. En este sentido Palarea (1998) plantea que se lo debería ver como un símbolo que evoque la equidad y el equilibrio; no obstante, Gonzales & Hurtado (2010) establecen que el signo “=” permite conceptualizar la igualdad en matemáticas como cualquier concepto o idea en matemáticas que permite la relación de dos expresiones a ambos lados del signo.

Por otra parte, algunos referentes que conceptualizan el significado de variable, son los siguientes Pérez, Aldana, López y Pazzetty (2007) ellos mencionan que variable representa a una magnitud que tiene un valor que puede cambiar de acuerdo a las condiciones y circunstancias que establezca la ecuación a resolver, A su vez, Aguilar et al. (2009) afirman que para despejar una variable basta con aplicar las operaciones inversas a cada miembro de una ecuación. En este sentido; para Ursini (1996) el concepto de variable posee tres usos distintos, como número general, en el uso de funciones y como incógnita; no obstante, en el inicio de su enseñanza se debería abordar y tratar como variable que representa un número. Así, la comprensión y manejo del significado de variable debe ser intuitiva, ya que de su interpretación el estudiante alcanzara un acceso positivo al álgebra, las identidades, las funciones y ecuaciones.

Una ecuación según Casiá et al. (2007) es una igualdad donde se establecen dos miembros separados por la igualdad, es decir compara dos términos de una expresión que se resuelve siguiendo ciertas condiciones. A su vez, Sullivan (2006) sostiene que

una ecuación es una proposición cuyo valor puede ser verdadero o falso, dependiendo del valor que se le asigne a la variable. Por su parte, Aguilar, Bravo, Gallegos, Cerón y Reyes (2009) al referirse a una ecuación indican que es una igualdad con una o varias incógnitas que se representan con letras, además las ecuaciones con expresiones algebraicas que buscan el valor de una variable o representan modelos matemáticos que resuelven diferentes situaciones. Las ecuaciones de primer grado que llevan una incógnita se resuelven mediante el uso de ecuaciones equivalentes con operaciones elementales que se aplican a ambos miembros de la ecuación hasta llegar a obtener el valor de la variable, cuando se dice que se va a resolver una ecuación significa que se deben encontrar todas las soluciones que hacen verdadera la ecuación

Entraremos a conceptualizar las ecuaciones de segundo grado o cuadráticas, según Pérez & O'bonaga (1995) mencionan que para resolver una ecuación de segundo grado con una incógnita, esta debe encontrar valores de x que hacen que la igualdad sea válida, es decir, las raíces que satisfacen la ecuación. Por su parte Bello (2004) indica que en una ecuación que tiene la forma de una adición algebraica de términos cuyo grado es dos, es decir, una ecuación cuadrática puede ser representada por un polinomio de segundo grado. Desde este punto de vista existen varias formas de resolución entre las cuales pueden estar la gráfica, la aritmética y la funcional, nuestro proyecto plantea que se resuelva desde el álgebra geométrica como punto de partida para establecer en principio raíces positivas en su solución. Además, Bello (2004) también presenta tres métodos de solución de ecuaciones cuadráticas, la primera es por factorización, la segunda por fórmula y la tercera por complementación de cuadrados

Para terminar, las resoluciones de ecuaciones de segundo grado poseen un gran valor pedagógico desde el punto de vista histórico, ya que sus presentaciones poseen elementos geométricos que dan sentido a las ecuaciones de segundo grado, los métodos para planear y resolver ecuaciones en términos geométricos incluyen longitudes, áreas y volúmenes; aunque sus soluciones sean positivas. El proyecto enmarca su interés en las en los procesos que dan solución desde el Libro II de Euclides, denominada Álgebra geométrica.

En consecuencia, el álgebra geométrica es un método de resolución que se describe en el II libro de Euclides, aunque con soluciones no aritméticas, este solo presenta soluciones puramente geométricas donde se comprueban las propiedades de las matemáticas; su valor didáctico es inmenso ya que involucra en la resolución de ecuaciones cuadráticas, procedimientos que involucran la aplicación de áreas que es más significativa que una simple transposición simbólica, así; el álgebra geométrica se convierte en puente entre las representaciones y las expresiones algebraicas, porque permite que los estudiantes observen que una ecuación se puede representar como una equivalencia entre áreas de figuras geométricas.

En el artículo El álgebra geométrica de Euclides, una experiencia en la enseñanza del álgebra. Revista Iberoamericana (2015). Plantea como escenario de resolución de ecuaciones cuadráticas la utilización del álgebra geométrica, ya que permite la interacción histórica y procedimental desde la concepción de área que desarrolla y moviliza competencias de medición, algebraicas y variacionales. Esta metodología trabaja con transformaciones de área.

1.4.4 Referente Legal

El siguiente normograma se establece desde el proyecto, para que navegue con facilidad frente a los objetivos de la propuesta de Proyecto de Aula.

Tabla 1-1: Normograma.

Ley, Norma, Decreto, comunicado, resolución, documento rector, entre otros.	Texto de la norma	Contexto de la norma
Ley 115, Art 1.	Objeto de la ley. La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes.	El proyecto de aula desde su concepción para la enseñanza hace parte integral para ser aplicada a seres humanos, fortaleciendo sus principios y valores.
Constitución Política Art 67	La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.	El proyecto busca una ser una alternativa coherente para la enseñanza de ecuaciones cuadrática, que pueda aplicarse en el aula; buscando el mejoramiento y comprensión de la realidad.
Ley 115, Art 5.	...orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.	Desde su metodología ABP el proyecto aporta a que los estudiantes resuelvan situaciones reales donde se involucran las ecuaciones para el contexto.
Estándares básicos de competencias	..La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos...	Este es uno de los 5 procesos generales que contemplan, los lineamientos de matemáticas
Decreto 1860. Art 38	...relacionar las áreas con asignaturas y proyectos pedagógicos, señalando medios y técnicas que orienten la acción pedagógica...	El Proyecto de aula es una estrategia que se liga a la enseñanza por ende a la acción pedagógica.
Estándares Básicos de Competencias	El pensamiento variacional cumple un papel importante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, ...	Desde el ABP se espera que se fortalezca el pensamiento variacional y con él las demás competencias matemáticas.
Derechos básicos de aprendizaje (DBA) V2. matemáticas	..Los ejemplos pueden ser contextualizados de acuerdo con lo que el docente considere pertinente para sus estudiantes según su región, características étnicas y demás elementos determinantes..	Se relaciona con la creatividad docente para involucrar el proyecto en su institución educativa, como alternativa de enseñanza de ecuaciones cuadráticas.

1.4.5 Referente Espacial

La Institución Educativa Santo Tomás de Aquino, es un establecimiento de carácter público del sector urbano, que ofrece educación desde el grado preescolar al grado once. Se concibe su misión, como el de formar ciudadanos integrales y competentes para transformarse y transformar su entorno en concordancia con los avances tecnológicos, científicos, culturales, ambientales y sociales, según las exigencias de la globalización. Además, su visión como institución es el de ser reconocida como una Institución incluyente, con calidad humana, innovación pedagógica e investigativa; que facilita el acceso a la educación superior, al campo laboral y al mundo productivo.

La Institución Santo Tomas de Aquino en uno de sus principios menciona el deseo de fomentar el desarrollo integral de los estudiantes a través de los planes, programas y proyectos pertinentes que afiancen, susciten y rescaten los valores éticos universales. Desarrollar la capacidad crítica, reflexiva y analítica en los miembros de la comunidad educativa, a través de procesos de formación y participación.

La intuición posee un modelo Socio-Critico que busca recatar y transformar la manera de enseñar y aprender en los estudiantes, además indaga sobre la reflexión comprensiva de la realidad, para de esta manea lograr procesos críticos de índole social en el estudiante dentro de su contexto, logrando un pensamiento muy comprensivo desde su ambiente. Prioriza las necesidades, intereses y problemáticas del entorno inmediato.

La institución promueve en el docente el deseo de innovar y vincular los estudiantes en procesos de investigación. Desde una horizontalidad participativa, además el principio filosófico institucional está inscrito desde el humanismo donde lo más importante es la persona y su formación integral; esto se traduce en una educación para la vida, fundamentada en la pedagogía de la comprensión como elemento fundamental de su enfoque pedagógico, en el desarrollo de las competencias básicas de aprendizaje, en relación con los otros, consigo mismo y con el entorno como soporte básico de la educación y la posibilidad de un desarrollo social a escala humana.

2. Capítulo 2. Diseño Metodológico

2.1 Enfoque

La presente propuesta posee un enfoque cualitativo de tipo exploratorio, que se efectuara con estudiantes de grado octavo de la I.E. Santo Tomas de Aquino, del municipio de Titiribí (Antioquia), este enfoque permite sensibilizarse con el ambiente o entorno en el cual se llevara a cabo él estudio, además, posibilitara la compenetración con la situación a tratar, además de verificar las necesidades del mismo.

El enfoque de aproximación cualitativa permitirá involucrarnos con nuestros objetivos planteados generando alternativas de resignificación con los cambios que se puedan generar durante la intervención, además, posibilitará examinar los hechos en sí y a partir de esto desarrollar una teoría coherente para representar lo que se observe (Estember. 2002).

Desde este enfoque se permite la utilización de técnicas como la observación no estructurada, entrevistas abiertas, revisión de documentos, discusiones en grupo, evaluación de experiencias; procesos estos que se establecen en nuestro escenario de indagación; buscando fortalecer una realidad desde la enseñanza de ecuaciones de segundo grado, fortaleciendo su competencia variacional. Según Corbeta, 2003 la investigación cualitativa evalúa el desarrollo natural de los sucesos, es decir, no hay manipulación ni estimulación de la realidad.

A su vez, los métodos de recolección de datos no son estandarizados, y consisten en obtener puntos de vista de los participantes en el desarrollo de la propuesta como sus

emociones, prioridades, experiencias, entre otros, además de sus perspectivas frente a los objetivos planteados.

2.2 Método

El trabajo se enmarca desde una postura que tiene como base el modelo crítico social articulada con el aprendizaje basado en problemas, de esta manera se considera que el método crítico social proporciona a los estudiantes las herramientas necesarias para saber el tipo de conocimiento que deben utilizar en determinada situación, además analiza la estructura y consistencia de los razonamientos de las opiniones o afirmaciones que la gente acepta como verdaderas en el contexto de la vida cotidiana, en concordancia el ABP pretende que el alumno aprenda a desenvolverse en una situación y sea capaz de identificar y resolver problemas, de comprender el impacto de su propia actuación y las responsabilidades éticas que implica, de interpretar datos y diseñar estrategias; y en relación con todo ello, ha de ser capaz de movilizar, de poner en juego, el conocimiento teórico que está adquiriendo en su formación.

Se considera el método crítico social un escenario clarificador para nuestro estudio ya que permite encontrar un conjunto de habilidades cognitivas y variadas disposiciones entre las cuales se tiene la interpretación, el análisis, la evaluación, la inferencia, la explicación y la auto regulación de los procesos a enseñar. El pensamiento crítico se basa en valores intelectuales que tratan de ir más allá de las impresiones y opiniones particulares, por lo que requiere claridad, exactitud, precisión, evidencia y equidad.

El enfoque socio-crítico, incorporado a las matemáticas, posibilita buscar nuevos caminos para potenciar el desarrollo de los estudiantes. El desarrollo de la matemática crítica presenta antecedentes en la escuela de Frankfurt y hoy día se busca, con el desarrollo del presente trabajo, que los docentes de matemáticas tengan la oportunidad de contar con más elementos teórico- prácticos para el trabajo en la enseñanza de ecuaciones de segundo grado con una incógnita y que se sirva de alternativa practica para los docentes de matemáticas.

2.3 Instrumento de recolección de la información y análisis de la información

Los instrumentos que se utilizarán serán de acuerdo a los tres momentos que se establecen para el desarrollo del proyecto:

Momento 1:

Para identificar las dificultades que presentan los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santo Tomas de Aquino y realizar un diagnóstico de las necesidades se establece: La observación participante como instrumento en la investigación cualitativa para recoger datos sobre la estudiantes y los proceso a que tengan lugar, además la entrevista donde se utiliza una técnica de recolección mediante una interrogación estructurada o una conversación totalmente libre; en ambos casos se utilizara un formulario o esquema con preguntas o cuestiones para enfocar la charla que servirá como guía.

Momento 2:

Para el análisis de la información, además del diseño de la propuesta se utilizará una guía de Observación de proyecto, esta guía permitirá determinar los procesos que se van a observar desde el inicio hasta la culminación del desempeño.

Momento 3:

En este momento se arrojan los resultados y conclusiones que se obtienen en la evaluación del proyecto, se utilizará un test de aptitud en los estudiantes para evidenciar las fortalezas o debilidades que se evidencien en la intervención del proyecto y se establecerá las recomendaciones del estudio realizado.

2.4 Población y muestra

La población del proyecto son estudiantes de la Institución Educativa Santo Tomas de Aquino del municipio de Titiribí (Antioquia), sede Bachillerato, estos estudiantes pertenecen al grado Octavo, a su vez, los estudiantes poseen características comunes como la edad, la cual oscila entre los 13 y 15 años, su estrato social es bajo y muchos viven en sectores rurales del municipio.

La muestra se establece aplicando en uno de los dos grados octavos que tiene la institución, tomando a este grupo como piloto en donde se incorporara el proyecto y se aplicara en ellos los procesos descritos en nuestros objetivos.

2.5 Impacto

Se espera que el desarrollo de nuestro trabajo, promueva una nueva alternativa para los docentes en la enseñanza de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, desde una metodología basada en el ABP y que esta permita elaborar procesos geométricos algebraicos consientes y de contexto para resolver ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

Además, se espera que los estudiantes recreen un trabajo colectivo e integrador de conocimiento, fortaleciendo los valores y promoviendo alternativas de solución a ecuaciones desde contextos inherentes a ellos como lo establece el Aprendizaje basado en problemas, demostrando interés, conocimiento y gusto por este tópico matemático que son las ecuaciones.

2.6 Cronograma

Se presenta el siguiente cronograma teniendo en cuenta los procesos a desarrollar para nuestro estudio.

Tabla 2-1: Planificación de Actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1a: Indagación	Verificar en los estudiantes, elementos previos inherentes al álgebra geométrica, como área, perímetro y procesos aritméticos de solución de ecuaciones, mediante una prueba de percepción.	1.1. Elaboración y aplicación de una prueba de percepción en dos sesiones de una hora. 1.2. Consolidar y verificar los conceptos necesarios en el estudiante para afianzar y retroalimentar los procesos de solución.
Fase 1b: Caracterización	Identificar las dificultades que se presentan al resolver Ecuaciones de Segundo Grado con una incógnita, mediante la observación participante y la entrevista, vinculando un análisis apropiado para determinar el alcance, necesidades y bases teóricas de la propuesta.	1.3. Elaboración y aplicación de la entrevista tipo test y la guía de observación de la entrevista. 1.4. Revisión bibliográfica sobre resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita. 1.5. Revisión bibliográfica del libro II de los elementos de Euclides, concerniente al álgebra geométrica 1.6. Revisión bibliográfica la enseñanza de ecuaciones de segundo grado. 1.7. Revisión bibliográfica de los documentos del MEN enfocados a los estándares en la enseñanza de ecuaciones para grado octavo.
Fase 2: Diseño	Diseñar el proyecto de aula, para la enseñanza de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, utilizando el álgebra geométrica como camino de resolución desde el ABP.	2.1 Diseño y construcción del proyecto de aula. 2.2 Diseño y construcción de guías e instrumentos para la enseñanza de ecuaciones desde el álgebra geométrica. 2.3 Diseño y construcción de actividades didácticas utilizando como metodología el Aprendizaje Basado en Problemas.
Fase 3: Intervención en el aula.	Realizar la intervención en la institución del proyecto de aula, mediante una guía de Observación de proyecto.	3.1. Intervención del proyecto de aula en la institución educativa.
Fase 4: Evaluación, conclusiones y recomendaciones	Evaluar los procesos realizados mediante test de aptitud y rendimiento en los estudiantes, que nos permita generar las recomendaciones y conclusiones que se evidencien a partir de la información obtenida.	4.1. Aplicar un test de aptitud y rendimiento en los estudiantes de grado octavo (muestra o grupo focal). 4.2. Realización del análisis de los resultados obtenidos al implementar el proyecto de aula. 4.3. Del análisis realizado con los instrumentos aplicados, generar las recomendaciones a que haya lugar.

Los tiempos estarán enmarcados desde una flexibilidad prudente en el desarrollo de 16 semanas donde se espera realizar las actividades planeadas en la consecución de los objetivos.

Tabla 3-1: Cronograma de actividades

ACTIVIDADES	SEMANAS															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Actividad 1.1	X	X														
Actividad 1.2		X	X													
Actividad 1.3		X	X													
Actividad 1.4			X	X												
Actividad 2.1				X	X	X	X									
Actividad 2.2				X	X	X	X									
Actividad 2.3				X	X	X	X									
Actividad 3.1						X	X	X	X	X	X	X	X			
Actividad 4.1												X	X	X		
Actividad 4.2												X	X	X		
Actividad 4.3													X	X	X	X

3. Capítulo 3. Sistematización de la Intervención

3.1 Diseño del Proyecto de Aula

El diseño del proyecto de aula para la enseñanza de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, utilizando el Álgebra Geométrica a través del Aprendizaje Basado en Problemas, inicia con el trabajo de percepción y la entrevista tipo test, ya que estas fases permiten reconocer la importancia de crear una alternativa para la enseñanza de las ecuaciones desde una perspectiva recreada a partir de algunas proposiciones del libro II de los Elementos de Euclides.

El proyecto de aula, se construye desde la Bibliografía analizada de documentos, artículos, entre otros; inherentes al Algebra Geométrica donde se establece que en las proposiciones del libro II de los Elementos de Euclides se encuentra un gran insumo atinente a nuestros objetivos; este proceso de caracterización de las proposiciones que atañen a nuestro estudio se presenta de forma descriptiva, identificando las ecuaciones que se resuelven a partir del álgebra geométrica (ANEXO C).

3.2 Estructuración del Proyecto de Aula

El diseño del proyecto de aula, posee tres momentos claves para planear las acciones, programar las actividades y evaluar los procesos realizados. De esta manera se presenta la estructura y posteriormente se describe una a una las sesiones de intervención diseñadas para la ejecución de este.

Momento contextual: en este momento se pretende realizar un trabajo de indagación mediante Pruebas de Percepción y la entrevista, de igual manera en este momento se rastrean los estándares y competencias propuestos por el MEN, además de los DBA y el plan de área de la institución, para fundamentar las actividades con sus respectivos criterios de evaluación.

Momento metodológico: en este momento se pretende aplicar las actividades (guías de trabajo) desde el Aprendizaje Basado en Problemas, cuyo objetivo es posibilitar la articulación del proyecto con el currículo de matemáticas.

Momento Evaluativo: en este momento se aplicará un test de Aptitud y rendimiento a los estudiantes (grupo focal); donde se establezca los avances en torno a la aplicación del álgebra geométrica en la solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, no obstante, además se pretende analizar y socializar los resultados obtenidos durante el proceso de intervención y dar a conocer las conclusiones obtenidas.

Tabla 4-1: Momentos del proyecto de aula

Momento contextual	Momento metodológico	Momento evaluativo
<ul style="list-style-type: none"> • Prueba de percepción 1 • Prueba de percepción 2 • Entrevista Tipo Test 	<ul style="list-style-type: none"> • Sesión 1 • Sesión 2 • Sesión 3 • Sesión 4 	<ul style="list-style-type: none"> • Prueba de Aptitud y Rendimiento

3.3 Momento contextual

3.3.1 Sistematización y análisis de la información

En esta sección se presenta la sistematización y análisis del estudio realizado a estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santo Tomás de Aquino, del municipio de Titiribí (Antioquia), donde se recolectaron datos inherentes a la resolución

de Ecuaciones de segundo grado con una incógnita, además de conceptos matemáticos como el de área, perímetro, entre otros tópicos.

El estudio posee instrumentos que permiten recoger e indagar sobre los temas a tratar, estos instrumentos buscan acopiar información que logre proporcionar los elementos necesarios para identificar el avance y las dificultades de los estudiantes y sobre el éxito de nuestro proyecto en el proceso de enseñanza.

El trabajo de recolección de la información que sustenta y soporta nuestro trabajo para el desarrollo de este momento; se presenta en dos fases:

Fase 1, esta consiste en la aplicación de 2 pruebas de Percepción a los estudiantes de grado octavo en dos sesiones de una hora en grupos colaborativos de tres estudiantes; estas pruebas de percepción tienen la finalidad de indagar en los estudiantes, aquellos conceptos y tópicos necesarios que nos permitan tener un panorama claro de las competencias que se necesitan para la aplicación del proyecto, además de cuales se deben afianzar y retroalimentar; de esta manera poder verificar en los estudiantes, elementos previos inherentes al álgebra geometría, como área, perímetro y procesos aritméticos en la solución de ecuaciones.

Para la Fase 2, se aplica una Entrevista Tipo Test a los estudiantes de grado octavo de forma individual, la Entrevista Tipo Test se realiza como prueba de entrada con la finalidad de identificar las necesidades y dificultades que los estudiantes presentan en el desarrollo de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, en esta entrevista tipo test se indaga sobre su reconocimiento, identificación y aplicación; además de sus procesos de solución en situaciones problema.

3.3.2 Instrumentos desarrollados para realizar el trabajo

El tipo de instrumentos utilizados en el presente trabajo al igual que la metodología utilizada en su aplicación, está en función de cada una de las fases en que se realizó el estudio.

De esta manera, los instrumentos que se construyeron y aplicaron en función del buen desarrollo en la recolección de información para la Fase 1 son:

- Dos pruebas de Percepción, con un total de seis preguntas.
- Un instrumento de Observación de las Pruebas de Percepción que se aplicaron a los estudiantes de grado octavo (ANEXO B).

Los instrumentos que se desarrollaron para la recolección de la información de la Fase 2 son:

- Una entrevista tipo test, que consta de diez preguntas.
- Un instrumento de observación para la entrevista tipo test desarrollada por los estudiantes de grado octavo (ANEXO B).

3.3.3 Descripción del Instrumento de Pruebas de Percepción y observador de la Percepción

El instrumento de Percepción, se elaboró teniendo en cuenta aquellos conceptos que debe poseer el estudiante para el buen desarrollo de la aplicación o intervención del proyecto. No obstante, el instrumento permite recordar y retroalimentar conceptos geométricos como el de área y perímetro en figuras planas. además, se elabora un instrumento de observación de la percepción en Excel, el cual nos permite hacer un seguimiento plausible de la prueba, además de permitirnos observar diferentes variables útiles para nuestro estudio.

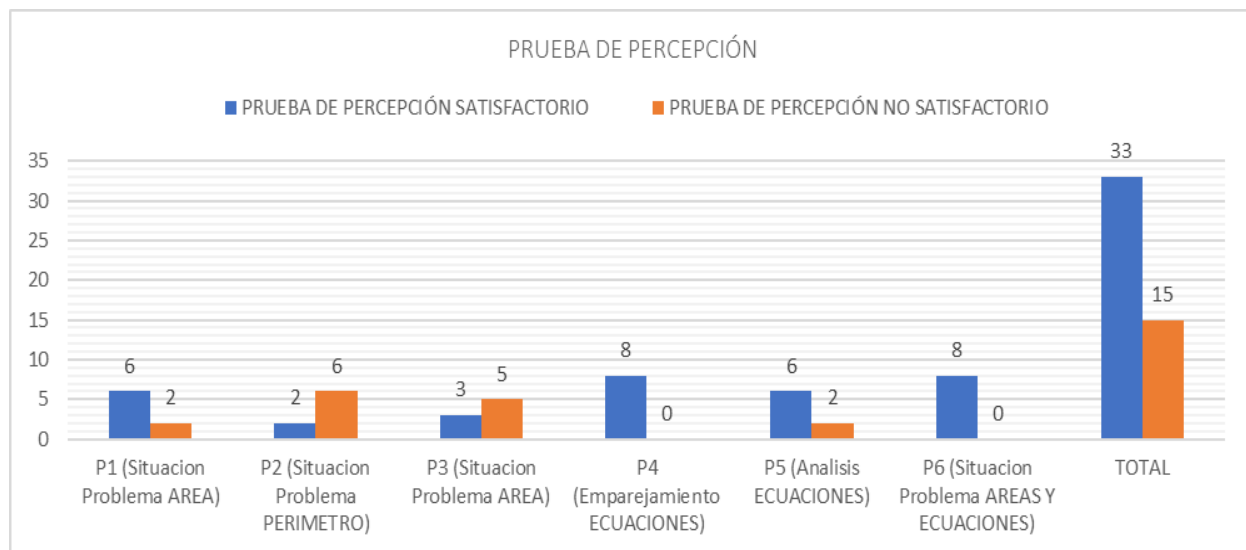
De esta manera la Prueba de Percepción, posee seis situaciones problema que ponen a prueba los tópicos a indagar, para posteriormente sacarles el mejor provecho en la intervención del proyecto de aula. En el primer momento se analizan por parte de los estudiantes tres situaciones problema en tópicos inherentes al área y perímetro, desde un contexto colaborativo; de igual manera, la prueba de Percepción que se aplicó en el segundo momento, se enmarca en el reconocimiento de ecuaciones lineales y cuadráticas, la transposición del lenguaje cotidiano al algebraico y situaciones problemas sobre ecuaciones cuadráticas a través de áreas.

El resultado obtenido al aplicar la prueba de Percepción en los estudiantes se evidencia en la siguiente tabla.

Tabla 5-1: Resultados prueba de percepción

RESULTADOS PRUEBA DE PERCEPCIÓN		
PREGUNTAS	SATISFACTORIO	NO SATISFACTORIO
P1 (Situación Problema AREA)	6	2
P2 (Situación Problema PERIMETRO)	2	6
P3 (Situación Problema AREA)	3	5
P4 (Emparejamiento ECUACIONES)	8	0
P5 (Análisis ECUACIONES)	6	2
P6 (Situación Problema AREAS Y ECUACIONES)	8	0
TOTAL	33	15

Los resultados de la prueba de Percepción se evidencian de forma estadística, en una gráfica de barras; la cual nos permite observar con la percepción de los estudiantes ante situaciones problema de ecuaciones cuadráticas.

Figura 1-1: Grafica de barras prueba de percepción

De esta manera, los insumos del instrumento de observación de la Percepción se analizan como respuestas satisfactorias y no satisfactorias. Así, frente a los resultados arrojados, se observa que las pruebas de Percepción que realizaron los estudiantes y que se desarrolló en grupos de tres dando como resultado 8 grupos; presentaron un nivel satisfactorio frente al objetivo propuesto que era el de verificar que los estudiantes tengan elementos previos al álgebra geométrica, como el de área, perímetro y solución de ecuaciones; además de detectar aquellos tópicos que se necesitan fortalecer para el buen desarrollo del proyecto de aula.

3.3.4 Descripción del Instrumento de tipo test y observador de la Entrevista tipo test

El instrumento de la entrevista tipo test, responde a la necesidad de identificar en los estudiantes aquellas falencias y dificultades que poseen en el reconocimiento y solución de las ecuaciones de segundo grado, el instrumento posee 10 preguntas concernientes a ecuaciones de segundo grado con una incógnita, algunas de las preguntas son de selección múltiple con múltiple respuesta, otras de selección múltiple con única respuesta, además de preguntas abiertas y cerradas; de igual manera este instrumento permite obtener los insumos necesarios que avalan nuestro estudio en la identificación

de dificultades en la solución de ecuaciones, de esta manera lograr que el proyecto de aula sea realmente una alternativa para la enseñanza.

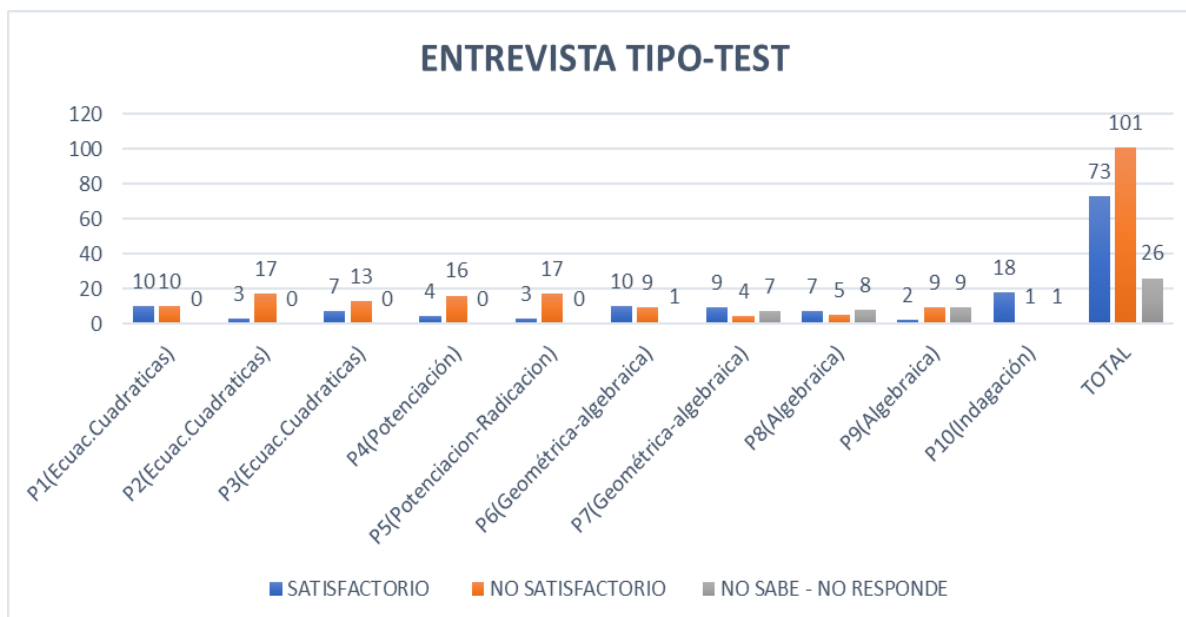
El instrumento de observación de la entrevista tipo test; permite identificar las falencias y dificultades en procesos de solución y reconocimiento de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, insuficiencias en operaciones de potenciación y radicación, no obstante, la entrevista tipo test también identifica que existe gran motivación por el desarrollo de ecuaciones mediante áreas.

La información recolectada con los estudiantes al realizar la entrevista tipo test, se evidencia en la siguiente tabla.

Tabla 6-1: Resultados entrevista tipo test

ENTREVISTA-TIPO TEST			
PREGUNTAS (tópico conceptual)	SATISFACTORIO	NO SATISFACTORIO	NO SABE - NO RESPONDE
P1(Ecuaciones Cuadráticas)	10	10	0
P2(Ecuaciones Cuadráticas)	3	17	0
P3(Ecuaciones Cuadráticas)	7	13	0
P4(Potenciación)	4	16	0
P5(Potenciación - Radicación)	3	17	0
P6(Geométrica-algebraica)	10	9	1
P7(Geométrica-algebraica)	9	4	7
P8(Algebraica)	7	5	8
P9(Algebraica)	2	9	9
P10(Indagación)	18	1	1
TOTAL	73	101	26

Por consiguiente, podemos realizar una grafica de barras de la entrevista tipo test, que nos permita evidenciar de forma observable los resultados de los insumos recolectados, como se evidencia a continuación.

Figura 1-2: Gráfica de barras Prueba de entrevista tipo test

De esta manera, los resultados del Instrumento de Observación de la entrevista tipo test, se analizan como respuestas satisfactorias, no satisfactorias, no sabe-no responde; por lo tanto el instrumento permite identificar que, entre los resultados, aquel que se destaca es la respuesta no satisfactoria; siendo este un indicador que arroja insuficiencias y dificultades que se presentan en la solución de ecuaciones de segundo grado, de igual forma en su reconocimiento y aplicación en situaciones problema.

3.4 Momento metodológico

3.4.1 Sistematización y análisis de la información

En esta sección se aplican las actividades realizadas para trabajar con los estudiantes, estas actividades se desarrollan en cuatro sesiones. En cada una de las cuatro sesiones se desarrolló una exposición mediante diapositivas donde se explicaba paso a paso la metodología utilizada desde el algebra geométrica para la solución de ecuaciones de segundo grado, además en cada sesión se aplicaba y desarrollaba la guía de trabajo respectiva.

Este momento se desarrolla en cuatro sesiones, así:

- Sesión 1: solución de ecuaciones de la forma: $(c + d + e)x = b^2$
- Sesión 2: solución de ecuaciones de la forma $a \cdot x = d^2$ y $a \cdot x + b \cdot x = d^2$.
- Sesión 3: solución de ecuaciones de la forma $a \cdot x + x^2 = d^2$
- Sesión 4: solución de ecuaciones de la forma $a \cdot x - x^2 = d^2$.

3.4.2 Instrumentos desarrollados para realizar el trabajo

Los instrumentos que se construyeron para cada sesión de la intervención para el momento metodológico son:

- Cuatro Guías de Trabajo.
- Diapositivas para cada sesión.
- Instrumento de Observación del Proyecto para cada sesión (ANEXO B).

3.4.3 Descripción de las guías de trabajo y el Instrumento de observación del proyecto

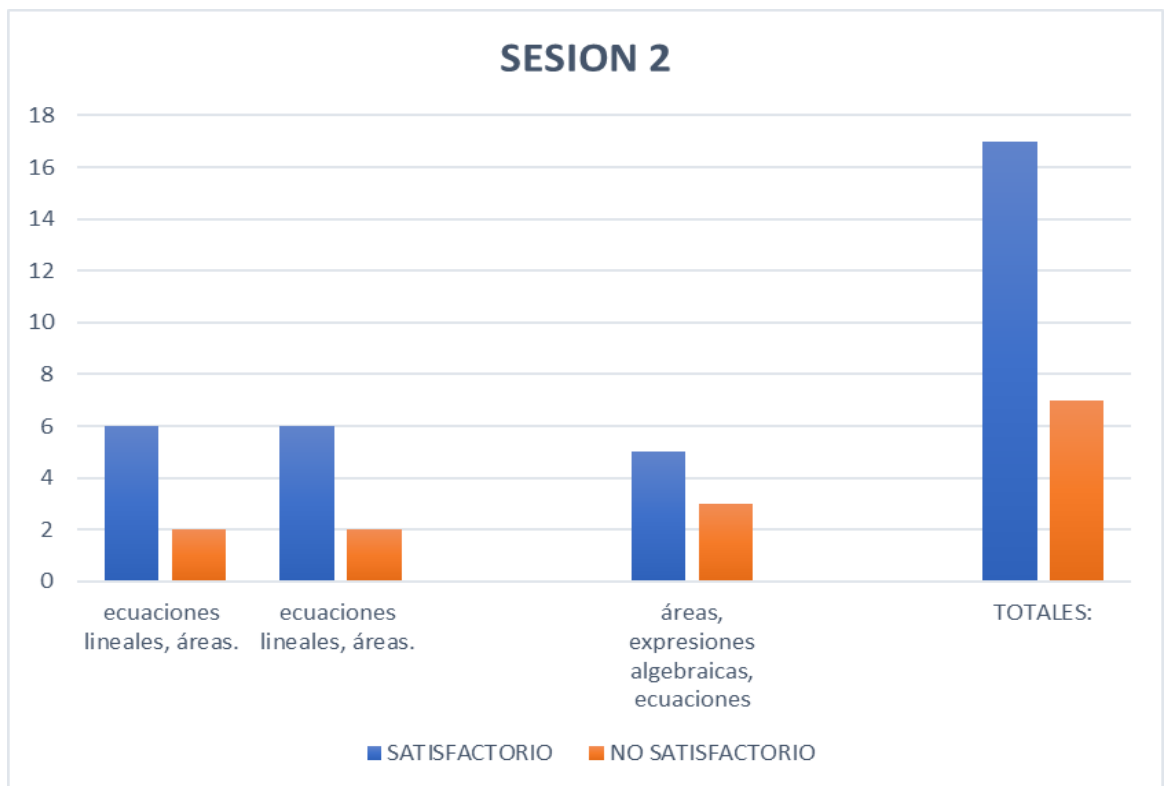
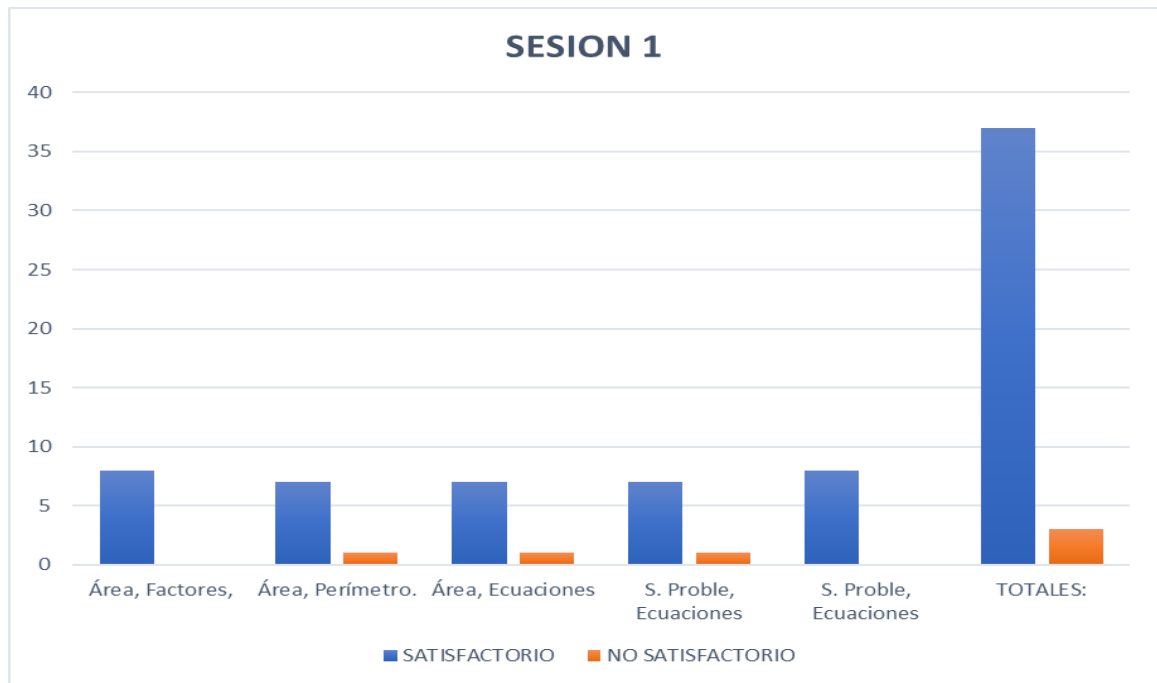
Las guías de trabajo se construyen de una forma secuencial de acuerdo a lo extractado de las proposiciones del libro II de Euclides; las guías de trabajo hacen parte esencial en nuestro estudio ya que son un instrumento movilizador del conocimiento, poseen ejercicios de aplicación y situaciones problemas atinentes a las ecuaciones donde se busca una solución acorde en interacción con los compañeros del grupo, no obstante, solo se trabajan ciertos tipos de ecuaciones para cada sesión; se debe aclarar que el proyecto deja abierta la posibilidad de aplicar otras proposiciones como camino de solución de ecuaciones de segundo grado.

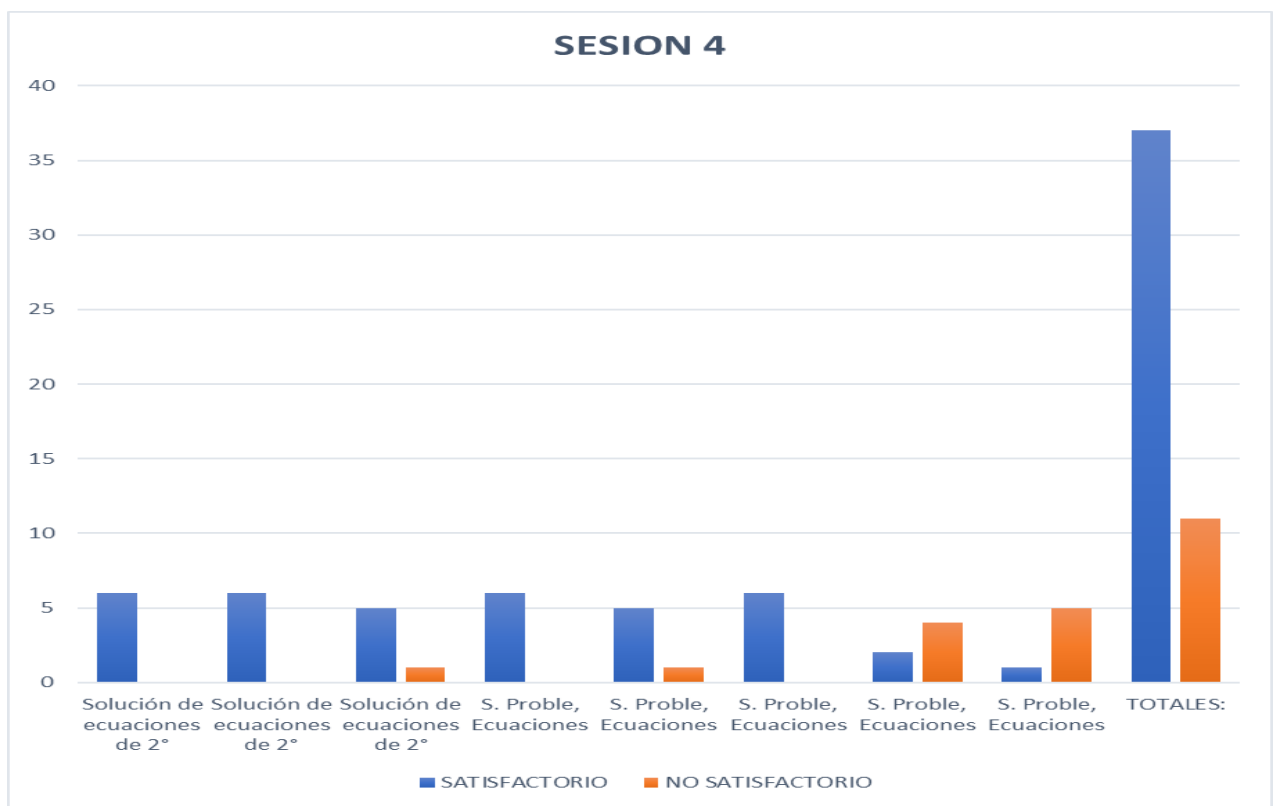
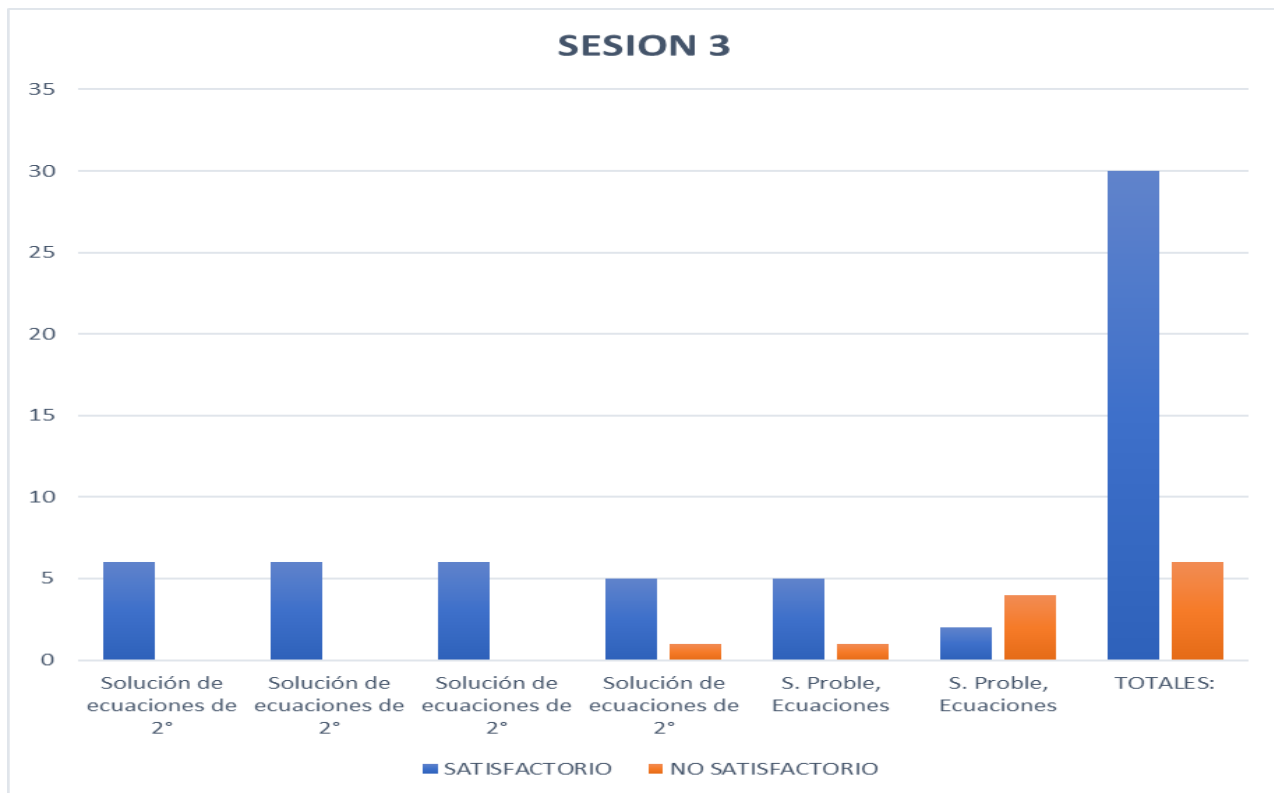
No obstante, se pretende que el estudiante para cada una de las cuatro sesiones aplique los pasos que se desglosan de las proposiciones del libro II de los elementos de Euclides y solucione ecuaciones de segundo grado; estos procesos para cada sesión se explican mediante diapositivas con ejemplos y ejercicios inherentes a cada tipo de ecuaciones, además se aplican las respectivas guías de trabajo para desarrollarlas en sus grupos de trabajo.

El instrumento de Observación del Proyecto se construye con el objetivo de realizar un seguimiento de las sesiones del proyecto de aula, donde se evidencia la metodología utilizada y los procesos para la aprehensión del conocimiento desde el Aprendizaje Basado en problemas, este instrumento fue elaborado en Excel por ser un programa que permite vincular parámetros de medición que permite visibilizar la aceptación de esta metodología de enseñanza para ecuaciones de segundo grado con una incógnita por parte de los estudiantes. De igual forma el instrumento de Observación del Proyecto valora las preguntas, ejercicios y situaciones problema que se abordaron en cada Guía de trabajo durante las cuatro sesiones, además el instrumento posee indicadores generales del trabajo colaborativo desarrollado por los estudiantes para cada sesión.

Con la información obtenida en cada sesión se realizó la sistematización y se obtuvieron las siguientes graficas.

Figura 2-1: Sesiones momento metodológico





Por lo descrito anteriormente en las gráficas de barras para cada sesión, se puede realizar un análisis global; que permite apreciar que los estudiantes aplicaron de forma adecuada la metodología utilizada para los diferentes tipos de ecuaciones presentados desde el álgebra geométrica y solucionaron de manera Satisfactoria los ejercicios y situaciones problema planteados en las Guías de Trabajo.

3.5 Momento evaluativo

3.5.1 Sistematización y análisis de la información

Este momento está destinado a evaluar los procesos anteriormente desarrollados del proyecto de aula, mediante un test de Aptitud y rendimiento como prueba final que se aplica a un grupo focal de estudiantes, este test posee elementos abordados en la Entrevista tipo test del momento contextual en la cual se identificaron las falencias de los estudiantes en la solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

3.5.2 Instrumentos desarrollados para hacer el trabajo

Para realizar un cierre acorde a nuestros intereses y objetivos, dentro del proyecto de aula, se construyeron los siguientes instrumentos:

- Test de aptitud y rendimiento.
- Observador de la prueba de aptitud y rendimiento (ANEXO B).

3.5.3 Descripción del Test de aptitud y rendimiento con su Observador de la prueba

El test de aptitud y rendimiento posee 10 preguntas que tienen relación a la solución de ecuaciones de segundo grado utilizando el álgebra geométrica vista en las 4 sesiones del momento metodológico, además posee ejercicios y situaciones problema para aplicar lo aprendido.

No obstante, el test se lo aplica como cierre del proyecto de aula, esperando conseguir la información necesaria para avalar los procesos desarrollados y establecer el proyecto de aula como una alternativa de enseñanza de las ecuaciones de segundo grado con una incógnita mediante el álgebra geométrica utilizando el ABP; y poder fortalecer con el proyecto las competencias que se subyacen en el pensamiento variacional.

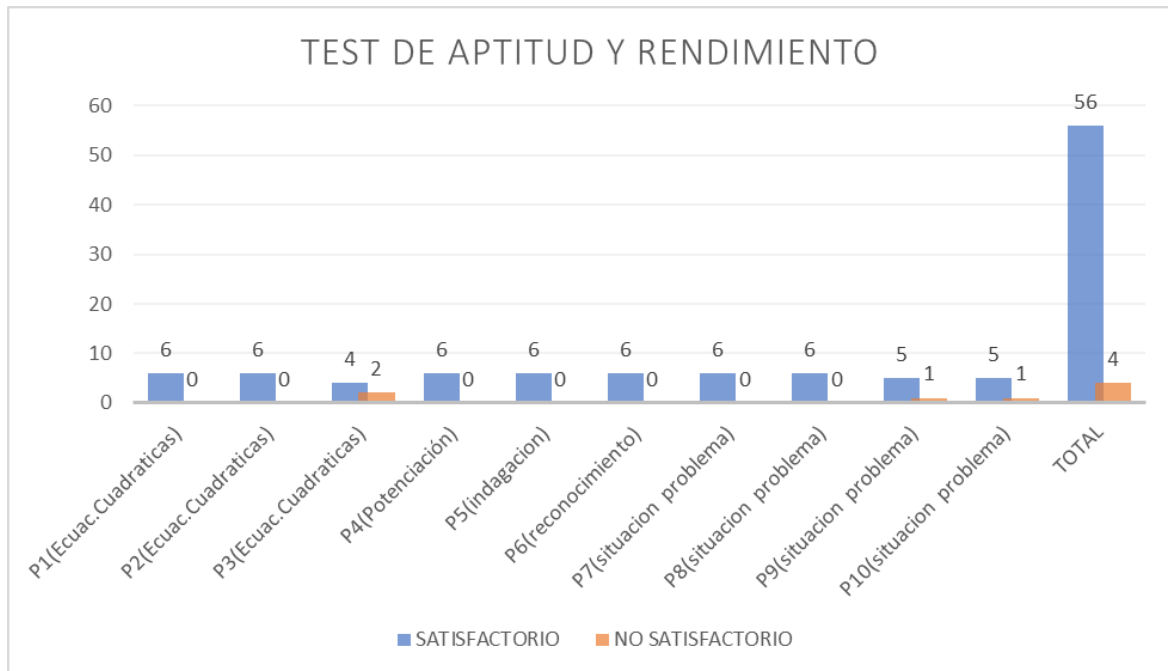
Además, para este momento se elabora un observador de la prueba, que permita sistematizar la información y hacer un seguimiento para analizar los resultados obtenidos en cada pregunta por parte de los estudiantes del grupo focal siguiente tabla.

Tabla 7-1: Resultados prueba de aptitud y rendimiento

TEST DE APTITUD Y RENDIMIENTO		
PREGUNTAS (tópico conceptual)	SATISFACTORIO	NO SATISFACTORIO
P1(Ecuaciones Cuadráticas)	6	0
P2(Ecuaciones Cuadráticas)	6	0
P3(Ecuaciones Cuadráticas)	4	2
P4(Potenciación)	6	0
P5(indagación)	6	0
P6(reconocimiento)	6	0
P7(situación problema)	6	0
P8(situación problema)	6	0
P9(situación problema)	5	1
P10(situación problema)	5	1
TOTAL	56	4

Con la información obtenida realizamos una gráfica de barras, para observar el comportamiento en el rendimiento de los estudiantes para la solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita utilizando el algebra geométrica mediante el ABP.

Figura 3-1: Resultados momento evaluativo



El test de aptitud y rendimiento, se analiza con respuestas satisfactorias y no satisfactorias, en consecuencia, la gráfica de barras permite observar que los estudiantes resuelven satisfactoriamente ejercicios y aplican la metodología utilizada en la solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita en situaciones problema, de esta manera el proyecto de aula se puede recrear como una alternativa plausible de enseñanza.

4. Conclusiones y recomendaciones

4.1 Conclusiones

Las siguientes conclusiones se generan a partir de los instrumentos de observación que se construyeron para cada momento y fase del trabajo, de esa manera se presentan conclusiones que se toman a partir de los resultados obtenidos y que se generaron desde nuestro trabajo de estudio teniendo en cuenta nuestros objetivos específicos como interés fundamental.

- Los estudiantes de grado octavo de la institución Santo Tomas de Aquino, en un 69% poseen elementos geométricos y aritméticos necesarios para la aplicación del proyecto de aula, como lo revela la prueba de percepción aplicada.
- Se identifica en los estudiantes de grado octavo de la Institución Santo Tomas de Aquino, mediante el Test Tipo Entrevista que existen dificultades en la solución y aplicación de ecuaciones de segundo grado con una incógnita en un 51%, al mismo tiempo un 13% más de los estudiantes no reconocen una ecuación de segundo grado con una incógnita.
- La caracterización de las proposiciones del libro II de Los “Elementos” de Euclides permitió reconocer que es un texto valioso en la enseñanza, puesto que permite elaborar conceptos mucho más significativos sobre álgebra y geometría, además los procedimientos geométricos para resolver ecuaciones poseen explicaciones razonables con un alto contenido lúdico.

- Las Guías de Trabajo aplicadas en la intervención del Proyecto de Aula, lograron de forma satisfactoria que los estudiantes de grado octavo de la I.E. Santo Tomás de Aquino solucionaran a partir del álgebra geométrica ecuaciones de segundo grado con una incógnita en diferentes contextos.
- Las situaciones problema planteadas desde el álgebra geométrica permitió en los estudiantes nuevas alternativas y caminos para solucionar ecuaciones, además se mejoró y amplió en ellos las competencias atinentes al proyecto sobre el pensamiento variacional y geométrico.
- El proyecto de aula generó una nueva alternativa para la enseñanza de ecuaciones de segundo grado con una incógnita desde el trabajo con áreas.
- Los instrumentos contruidos para registrar la información y hacer la sistematización del proyecto durante su aplicación, se caracterizaron por ser coherentes, útiles y confiables.

4.2 Recomendaciones

Las recomendaciones que se subyacen al finalizar el estudio, son las siguientes:

- Se sugiere tener como referente el Proyecto de Aula, para propiciar nuevos espacios para fortalecer el aprendizaje de las ecuaciones lineales y de segundo grado.
- Establecer desde las proposiciones del libro II de los Elementos otros tipos de ecuaciones que se puedan resolver mediante el álgebra geométrica.

- A partir del trabajo desarrollado en la caracterización de las proposiciones del libro II de los Elementos, se pudo observar que al ahondar en su metodología se pueden realizar estudios en enseñanza de la factorización.
- Se recomienda tener como panorama la historia de la matemática, para poder encontrar escenarios propicios donde se pueda encontrar alternativas concretas para la adquisición de ciertos conocimientos que mejoren las competencias actuales.

A. Anexo A: Proyecto de Aula y Caracterización del libro II de los Elementos

La Cartilla del Proyecto de Aula que se diseñó y genero para la intervención del proyecto de aula en la institución Educativa Santo Tomas de Aquino del municipio de Titiribí (Antioquia), con los estudiantes de grado octavo, (se presenta en el siguiente enlace).

[Cartilla del Proyecto de Aula.](#)

La Caracterización de las proposiciones del libro II de Euclides se presenta con un análisis geométrico desglosando las ecuaciones que cada proposición puede resolver mediante el algebra geométrica aplicada en cada proposición, (se presenta en el siguiente enlace).

[Caracterización libro II de los Elementos de Euclides](#)

B. Anexo B: Instrumentos observadores del proyecto

En esta sección de enlaces se presentan los archivos elaborados en Excel para la sistematización de la información observada en cada momento de la intervención del proyecto.

[Instrumento observador de la prueba de percepción.](#)

[Instrumento observador la Entrevista Tipo Test.](#)

[Instrumento observador del Proyecto](#)

[Instrumento observador del Test de Aptitud y Rendimiento](#)

Bibliografía

Guayacundo, G. (2014). Proyecto propuesta didáctica de enseñanza en el aula, Ecuaciones lineales-cuadráticas y modelos. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia.

Saenz, J. (2014). Diseño de una unidad didáctica basada en métodos informales para la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.

Figuerola, R. (2013). Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas. Tesis de Maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima.

Ballen, J. (2012). El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.

Cardona, M. (2007). Desarrollando el Pensamiento Algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas. Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Tegucigalpa.

Zambrano, L. (2011). Planteamiento y solución de problemas de ecuaciones, usando estrategias y métodos propuestos en el desarrollo histórico de la teoría de ecuaciones. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.

Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M. y Reyes, R. (2009). Matemáticas simplificadas (2 ed.). México: Pearson Educación.

Caisedá, C., & Dávila, E. (2006). El aprendizaje basado en problemas y proyectos: Una estrategia de integración. Estado libre asociado de Puerto Rico, Departamento de Educación Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Bayamón.

Exley, K., & Dennick, R. (2007). Aprendizaje Basado en Problemas: Guías rápidas sobre nuevas metodologías, Servicio de Innovación Educativa de la Universidad Politécnica de Madrid, España, recuperado de:

http://innovacioneducativa.upm.es/guiasAprendizaje_basado_en_problemas.pdf

Gutiérrez, J., De la Puente, G., Martínez, A. y Piña, E. (2012). Aprendizaje basado en Problemas: Un camino para aprender a aprender. Colegio de Ciencias y Humanidades. México.

Pérez, H., Aldana, E., López, C. y Pazzetty, D. (2007). Matemáticas 7. Santillana, S.A. Guatemala.

Prieto, A., Barbarroja, J., Reyes, E., Monserrat, J., Díaz, D., Villareal, M. y Alvarez, M., (2006). Un nuevo modelo de aprendizaje basado en problemas, el ABP 4x4, es eficaz para desarrollar competencias profesionales valiosas en asignaturas con más de 100

alumnos. Publicado en revista Aula Abierta 87, Universidad de Oviedo, recuperado de: http://didac.unizar.es/jlbernal/ensenar_en_la_Universidadpdf/13_ABP.pdf

Sánchez, J. (2013). Qué dicen los estudios sobre el aprendizaje basado en proyectos. Publicado en el sitio de la revista Actualidad Pedagógica, recuperado de http://actualidadpedagogica.com/estudios_abp/

Sullivan, M. (2006). Álgebra y Trigonometría (7 ed.). Pearson Educación. México.

Casiá, F., Palencia, I., de Vásquez, R. y de Marroquín, Z. (2007). Matemáticas 8. Santillana S.A. Guatemala.

Palarea, M. (1998). La adquisición del lenguaje álgebraico y la detección de errores comunes cometidos en el álgebra por alumnos de 12 a 14 años. Tesis doctoral. Departamento de Análisis Matemático. Universidad de la laguna. España.

Ursini, S. (1996). Creación de un potencial para trabajar con la noción de variable. Grupo editorial Iberoamérica. Investigaciones en Educación Matemática, Fernando Hit (Editor). México.

Fujii, Toshiakaira (1989). Sondeando la comprensión de variables en los estudiantes a través del conflicto cognoscitivo. onlinedb.terc.edu/PME2003/PDF/Plen5fujii.pdf. Japón

Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derecho básico de Aprendizaje (V2).

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos por competencias. Matemáticas, lenguaje, ciencias y ciudadanas (Edición 1).